

Zadatak 62. Nađi četiri broja od kojih prva tri čine geometrijski, a posljednja tri aritmetički niz. Zbroj krajnjih članova jednak je 14, a srednjih 12.

Rješenje.

Iz uvjeta zadatka imamo:

$$a_1 + a_4 = 14 \implies a_4 = 14 - a_1$$

$$a_2 + a_3 = 12 \implies a_3 = 12 - a_2$$

Uvrstimo li dobiveno u svojstva geometrijskog i aritmetičkog niza dobit ćemo:

$$a_2^2 = a_1 a_3$$

$$\underline{2a_3 = a_2 + a_4}$$

$$a_2^2 = a_1(12 - a_2)$$

$$\underline{2(12 - a_2) = a_2 + 14 - a_1}$$

Iz druge jednadžbe imamo:

$$24 - 2a_2 = a_2 + 14 - a_1$$

$$a_1 = 3a_2 - 10$$

Uvrstimo li dobiveno u prvu dobijemo:

$$a_2^2 = (3a_2 - 10)(12 - a_2)$$

$$a_2^2 = 36a_2 - 120 - 3a_2^2 + 10a_2$$

$$4a_2^2 - 46a_2 + 120 = 0 \quad / : 2$$

$$2a_2^2 - 23a_2 + 60 = 0$$

$$2a_2^2 - 8a_2 - 15a_2 + 60 = 0$$

$$(2a_2 - 15)(a_2 - 4) = 0;$$

Odnosno: $a_2 = \frac{15}{2}$ ili $a_2 = 4$

Dakle, imamo dva slučaja:

$$(i) \quad a_2 = \frac{15}{2}$$

$$a_1 = 3 \cdot \frac{15}{2} - 10 = \frac{25}{2}$$

$$a_3 = 12 - \frac{15}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a_4 = 14 - \frac{25}{2} = \frac{3}{2};$$

$$(ii) \quad a_2 = 4$$

$$a_1 = 3 \cdot 4 - 10 = 2$$

$$a_3 = 12 - 4 = 8$$

$$a_4 = 14 - 2 = 12;$$

Rješenje zadatka su brojevi $\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}$ ili 2, 4, 8, 12.