Zadatak 6. Dokaži da sljedeći nizovi nisu konvergentni:

1) $a_n = 1 + (-1)^n$; **2)** $a_n = 1 + \sin\dfrac{n\pi}{4}$;

3) $a_n = 2^n - n$; **4)** $a_n = 1 - n + n^2$.

Rješenje. **1)** $a_n = 1 + (-1)^n = \begin{cases} 0, & n = 2k-1 \\ 2, & n = 2k \end{cases}$ $\Longrightarrow$ dva gomilišta (nema limesa);

2) $a_n = 1 + \sin\dfrac{n\pi}{4}$,

$$1+\sin\frac{n\pi}{4} = \begin{cases} 1, & n=8k \text{ ili } n=8k+4 \\ 1+\frac{\sqrt{2}}{2}, & n=8k+1 \text{ ili } n=8k+3 \\ 1-\frac{\sqrt{2}}{2}, & n=8k+5 \text{ ili } n=8k+7 \\ 0, & n=8k+6 \end{cases} \Longrightarrow \text{4 gomilišta (nema limesa)}$$

3) $a_n = 2^n - n$,
$a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 5$, $a_4 = 12$, $a_5 = 27$, ... $\Longrightarrow$ niz neograničeno raste, ne konvergira;

4) $a_n = 1 - n + n^2$,
$a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 7$, $a_4 = 13$, $a_5 = 21$, $a_6 = 31$, ... $\Longrightarrow$ niz neograničeno raste, ne konvergira.