

Zadatak 4. Dokaži da je niz (x_n) s općim članom $x_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$ rastući.

Rješenje. Niz će biti rastući ako je $x_n < x_{n+1}$ za svaki $n \in \mathbf{N}$. Provjerimo da li je tvrdnja istinita:

$$\begin{aligned}\frac{2^n - 1}{2^n + 1} < \frac{2^{n+1} - 1}{2^{n+1} + 1} &\iff \frac{2^n - 1}{2^n + 1} < \frac{2^{n+1} - 1}{2^{n+1} + 1} \\ &\iff (2^n - 1)(2^{n+1} + 1) < (2^{n+1} - 1)(2^n + 1) \\ &\iff 2^{2n+1} - 2^{n+1} + 2^n - 1 < 2^{2n+1} + 2^{n+1} - 2^n - 1 \\ &\iff 2^{n+1} < 2^{2n+2}.\end{aligned}$$