Zadatak 14. Dokaži da je niz (a_n) s općim članom $a_n = \dfrac{2n-3}{n}$ monoton i omeđen. Zatim odredi prirodni broj n_0 takav da je $|a_n - 2| < 0.01$ za sve $n > n_0$.

Rješenje. $a_n = \dfrac{2n-3}{n} = 2 - \dfrac{3}{n}$;

$a_1 = -1$, $a_21 = \dfrac{1}{2}$, $a_3 = 1$, $a_4 = \dfrac{5}{4}$, $\ldots \Longrightarrow$ niz je monotono rastući s najmanjim članom $a_1 = -1$. Provjerimo. Niz će biti monotono rastući ako je $a_{n+1} - a_n > 0$ za svaki $n \in \mathbf{N}$:

$$a_{n+1} - a_n > 0 \iff 2 - \frac{3}{n+1} - (2 - \frac{3}{n}) > 0 \iff \frac{3}{n} - \frac{3}{n+1} > 0$$
$$\iff 3\frac{n+1-n}{n+1} > 0 \iff \frac{3}{n+1} > 0;$$

što je istinita tvrdnja pa je niz monotono rastući. Pogledajmo da li postoji limes niza:

$$\lim_{n\to\infty}\left(2 - \frac{3}{n}\right) = 2;$$

Dakle niz je omeđen: $\forall n \in \mathbf{N}$, $a_n \in [-1, 2\rangle$.
Nađimo sada takav n_0 da je $|a_n - 2| < 0.01$ za sve $n > n_0$:

$$|a_n - 2| < 0.01 \iff \left|2 - \frac{3}{n} - 2\right| < 0.01 \iff \frac{3}{n} < 0.01 \iff n > 300;$$

$n_0 = 300$.