

Zadatak 15. Nađi zbroj beskonačnog konvergentnog geometrijskog reda ako je zbroj svih njegovih članova što stoje na parnim mjestima tri puta manji od zbroja svih njegovih članova na neparnim mjestima, a zbroj prvih pet članova niza iznosi 484.

Rješenje.

Iz uvjeta zadatka dobijemo sustav dviju jednažbi:

$$a_1q + a_1q^3 + \dots = \frac{1}{3}(a_1 + a_1q^2 + \dots)$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 = 484;$$

odnosno sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice:

$$3a_1q(1 + q^2 + \dots) = a_1(1 + q^2 + \dots)$$

$$a_1(1 + q + q^2 + q^3 + q^4) = 484.$$

Iz prve jednažbe se dobije:

$$3q = 1 \implies q = \frac{1}{3}.$$

Uvrstimo li dobiveni kvocijent u drugu imamo:

$$a_1 \frac{1 - q^5}{1 - q} = 484$$

$$a_1 \frac{1 - \frac{1}{243}}{1 - \frac{1}{3}} = 484$$

$$a_1 \frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = 484$$

$$a_1 \frac{121}{81} = 484 / : 121$$

$$\frac{a_1}{81} = 4 \implies a_1 = 324.$$

Sada možemo izračunati sumu:

$$S = a_1 \frac{1}{1 - q} = 324 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = 324 \cdot \frac{3}{2} = 486.$$