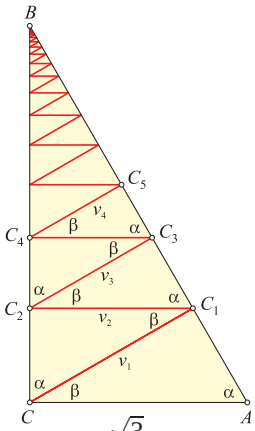
Zadatak 20. Dan je pravokutni trokut ABC s kutovima $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$ i hipotenuzom $\overline{AB}$, $|AB| = c$. Iz vrha pravog kuta spuštena je okomica na hipotenuzu, iz nožišta te okomice okomica na $\overline{BC}$, iz nožišta ove opet okomica na $\overline{AB}$ itd. Odredi zbroj duljina svih segmenata što ih unutar trokuta određuju konstruirane okomice.

Rješenje.



Iz $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$ slijedi:

$$b = \frac{c}{2}, \quad a = \frac{c}{2}\sqrt{3}.$$

Iz slike se vidi:

$$v_1 = b \cdot \cos\beta = \frac{c}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}c,$$
$$v_2 = v_1 \cdot \cos\beta,$$
$$v_3 = v_2 \cdot \cos\beta,$$
$$v_4 = v_3 \cdot \cos\beta.$$
$$\vdots$$

Visine čine geometrijski niz čiji je kvocijent $q = \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ pa je suma njihovih duljina:

$$l = \frac{v_1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2v_1}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2(2+\sqrt{3})v_1 = 2(2+\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}c$$
$$= \frac{(3+2\sqrt{3})}{2}c.$$