

Zadatak 21. Nad polovinom dijagonale kvadrata kao stranicom konstruiran je kvadrat, nad polovinom dijagonale ovoga ponovno se konstruira kvadrat itd. Koliki je zbroj površina svih tako konstruiranih kvadrata ako je stranica prvog kvadrata duljine a ?

Rješenje. Stavimo $a_1 = a$, tada je duljina stranice drugog kvadrata polovica dijagonale početnog kvadrata, tj. $a_2 = \frac{1}{2}a_1\sqrt{2}$. Stranica trećeg kvadrata je polovica dijagonale drugog kvadrata, tj. $a_3 = \frac{1}{2}a_2\sqrt{2}$ itd:

$$a_1 = a \implies P_1 = P = a^2,$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}a \implies P_2 = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}P,$$

$$a_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}a_2 = \frac{1}{2}a \implies P_3 = \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}P,$$

$$a_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}a_3 = \frac{\sqrt{2}}{4}a \implies P_4 = \frac{1}{8}a^2 = \frac{1}{8}P,$$

⋮

Površine čine geometrijski niz čiji je kvocijent $q = \frac{1}{2}$ te je suma površina:

$$P = \sum P_i = \frac{P}{1 - \frac{1}{2}} = 2P = 2a^2.$$