Rješenja složenijih zadataka

Zadatak 1. Niz (a_n) zadan je rekurzivno: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$. Dokaži da je njegov opći član $a_n = 1 + 3 \cdot 2^{n-1}$.

Rješenje. Dokaz ćemo provesti indukcijom.

$a_1 = 4 = 1 + 3 = 1 + 3 \cdot 2^0$;

Pretpostavimo da je tvrdnja istinita za a_n, tj. vrijedi $a_n = 1 + 3 \cdot 2^{n-1}$. Dokažimo je za a_{n+1}:

$$a_{n+1} = 2a_n - 1 = 2(1 + 3 \cdot 2^{n-1}) - 1 = 2 + 3 \cdot 2^n - 1 = 1 + 3 \cdot 2^n.$$