

Zadatak 3. Niz (a_n) zadan je rekurzivno na ovaj način: $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$, za $n > 2$. Dokaži da je opći član ovoga niza $a_n = 2^{n-1} + 1$.

Rješenje. Dokaz provodimo indukcijom.

$$a_1 = 2 = 2^0 + 1, \quad a_2 = 3 = 2^1 + 1;$$

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za a_{n-2} , a_{n-1} i dokažimo je za a_n :

$$\begin{aligned} a_n &= 3a_{n-1} - 2a_{n-2} = 3 \cdot (2^{n-2} + 1) - 2 \cdot (2^{n-3} + 1) \\ &= 3 \cdot 2^{n-2} + 3 - 2 \cdot 2^{n-3} - 2 = 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-2} + 1 \\ &= 2 \cdot 2^{n-2} + 1 = 2^{n-1} + 1. \end{aligned}$$