

Zadatak 11. Zadan je niz 1, 8, 22, 43, . . . u kojem razlike susjednih članova čine aritmetički niz 7, 14, 21, I broj 35 351 član je prvog niza. Koji je to član po redu?

Rješenje.

Odredimo opći član prvog niza. Ispišimo niz jednakosti

$$a_2 - a_1 = 7$$

$$a_3 - a_2 = 14 = 2 \cdot 7$$

$$a_4 - a_3 = 21 = 3 \cdot 7$$

...

$$a_n - a_{n-1} = (n - 1) \cdot 7$$

Sve te jednakosti zbrojimo, te imamo

$$\begin{aligned} a_n - a_1 &= 7 + 14 + 21 + \dots + (n - 1)7 \\ &= 7(1 + 2 + \dots + (n - 1)) = 7 \cdot \frac{n(n - 1)}{2}. \end{aligned}$$

te je s $a_n = 1 + \frac{7}{2}n(n - 1)$ dan opći član prvog niza. Uvrstimo li tu $a_n = 35\,351$, dobit ćemo jednadžbu $n^2 - n - 10\,100 = 0$ s pozitivnim rješenjem $n = 101$.