

Zadatak 15. Zbroj prvih n članova aritmetičkog niza jednak je 153, a razlika niza je $d = 2$. Ako je prvi član niza cijeli broj, koje su sve vrijednosti moguće za n ?

Rješenje.

Iz

$$\frac{n}{2}[2a_1 + 2(n-1)] = 153$$

imamo

$$n^2 + n(a_1 - 1) - 153 = 0.$$

Rješenja n_1 i n_2 ove jednadžbe zadovoljavaju uvjete

$$n_1 + n_2 = 1 - a_1, \quad n_1 n_2 = -153 \quad (\text{Vietéove formule})$$

Prema tome, oba moguća rješenja su neparni brojevi, zato $1 - a_1$ mora biti paran te rješenje postoji samo ako je a_1 neparan. Tada iz

$$n_1 n_2 = -153 = -3 \cdot 3 \cdot 17$$

dobivamo ove mogućnosti:

$$n \in \{3, 9, 17, 51, 153\}.$$

Koje nizove dobivamo u pojedinom slučaju? Na primjer, za $n = 3$ imamo niz 49, 51, 53; za $n = 9$ niz 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25 itd.