

**Zadatak 26.**

Kvocijent geometrijskog niza jednak je $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Dokaži da je svaki član tog niza, počevši s drugim, jednak razlici onoga što mu slijedi i onoga što mu prethodi.

Rješenje.

Izračunavamo

$$\begin{aligned}a_{k+1} - a_{k-1} &= a_1 q^k - a_1 q^{k-2} = a_1 q^{k-1} \left(q - \frac{1}{q} \right) \\&= a_1 q^{k-1} \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2} - \frac{2}{\sqrt{5} + 1} \right) = a_1 q^{k-1} \frac{(\sqrt{5} + 1)^2 - 4}{2(\sqrt{5} + 1)} \\&= a_1 q^{k-1} \frac{(\sqrt{5} + 1 - 2)(\sqrt{5} + 1 + 2)}{2(\sqrt{5} + 1)} = a_1 q^{k-1} \frac{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 3)}{2(\sqrt{5} + 1)} \\&= a_1 q^{k-1} \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2(\sqrt{5} + 1)} = a_1 q^{k-1} = a_k.\end{aligned}$$