

Zadatak 27. Nađi peti član rastućeg geometrijskog niza ako je njegov prvi član $7 - 3\sqrt{5}$ i ako je svaki sljedeći član jednak razlici dvaju članova koji su mu susjedni.

Rješenje.

Niz je rastući $\Rightarrow q > 1$. Iz uvjeta zadatka imamo:

$$a_1 = 7 - 3\sqrt{5}$$

$$a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$$

$$a_1 q^n = a_1 q^{n+1} - a_1 q^{n-1}$$

$$q = q^2 - 1$$

$$q^2 - q - 1 = 0$$

$$\Rightarrow q_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \quad q = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5});$$

$$a_5 = (7 - 3\sqrt{5}) \cdot \left[\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \right]^4 = \frac{1}{16}(56 + 24\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5})$$

$$= \frac{1}{2}(7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 2.$$