

Zadatak 28. Mogu li brojevi 11, 12 i 13 biti članovi istog geometrijskog niza?

Rješenje.

Pretpostavimo da mogu. Ne umanjujući općenitost možemo pretpostaviti da je niz rastući. Uzmimo nadalje:

$$a_1q^n = 10, \quad a_1q^m = 11, \quad a_1q^k = 12, \quad n < m < k.$$

Onda je

$$q^{n-m} = \frac{10}{11},$$
$$q^{m-k} = \frac{11}{12},$$

odnosno

$$\left(\frac{10}{11}\right)^{m-k} = \left(\frac{11}{12}\right)^{n-m} = q^{(n-m)(m-k)}.$$

Dakle,

$$10^{k-m} \cdot 12^{m-n} = 11^{(m-n)(k-m)}.$$

Kako se radi o jednakosti cijelih brojeva ($n < m < k$), ovakva nije moguća. Naime, na desnoj je strani broj djeljiv s 11, a na lijevoj broj koji nije djeljiv s 11. Pretpostavka je, dakle, bila pogrešna.