

Zadatak 29. Mogu li brojevi $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ i $\sqrt{7}$ biti članovi istog geometrijskog niza?

Rješenje.

Pretpostavimo da mogu.

$$\sqrt{3} = a_1 q^n, \quad \sqrt{5} = a_1 q^m, \quad \sqrt{7} = a_1 q^k,$$

odnosno

$$a_1^2 q^{2n} = 3, \quad a_1^2 q^{2m} = 5, \quad a_1^2 q^{2k} = 7, \quad n < m < k.;$$

Onda je

$$q^{2m-2n} = \frac{5}{3},$$

$$q^{2k-2m} = \frac{7}{5},$$

odnosno

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{2k-2m} = \left(\frac{7}{5}\right)^{2m-2n} = q^{(2k-2m)(2m-2n)}.$$

Dakle,

$$7^{2m-2n} \cdot 3^{2k-2m} = 5^{(2m-2n)(2k-2m)}.$$

Kako se radi o jednakosti cijelih brojeva ($n < m < k$), ovakva nije moguća. Naime, na desnoj je strani broj djeljiv s 5, a na lijevoj broj koji nije djeljiv s 5. Pretpostavka je, dakle, bila pogrešna.