

Zadatak 30.

Dokaži da u svakom geometrijskom nizu (a_n) vrijedi:

$$(a_1 + a_2 + a_3)(a_7 + a_8 + a_9) = (a_4 + a_5 + a_6)^2.$$

Rješenje.

Zapišimo

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_1(1 + q + q^2),$$

$$a_7 + a_8 + a_9 = a_1q^6(1 + q + q^2).$$

Nakon množenja ovih jednakosti imamo

$$\begin{aligned}(a_1 + a_2 + a_3)(a_7 + a_8 + a_9) &= a_1^2q^6(1 + q + q^2)^2 \\ &= (a_1q^3(1 + q + q^2))^2 = (a_4 + a_5 + a_6)^2.\end{aligned}$$