



Zadatak 39. Ako je S_n zbroj prvih n članova geometrijskog niza, dokaži da je $S_{n+2} = (1+q)S_{n+1} - qS_n$.

Rješenje.

$$\begin{aligned}(1+q)S_{n+1} - qS_n &= (1+q) \cdot a_1 \frac{q^{n+1} - 1}{q-1} - q \cdot a_1 \frac{q^n - 1}{q-1} \\ &= \frac{a_1}{q-1} \left((1+q)(q^{n+1} - 1) - q(q^n - 1) \right) \\ &= \frac{a_1}{q-1} \left(q^{n+1} + q^{n+2} - 1 - q - q^{n+1} + q \right) \\ &= \frac{a_1}{q-1} \left(q^{n+2} - 1 \right) = S_{n+2}.\end{aligned}$$