**Zadatak 43.** Brojevi $a_1, a_2, \ldots, a_n$ čine geometrijski niz. Odredi umnožak $P = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n$ ako je $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = S_n$ i $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n} = R_n$.

***Rješenje.*** Ako brojevi $a_1, a_2, \ldots, a_n$ čine geometrijski niz s kvocijentom $q$, onda brojevi $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots, \frac{1}{a_n}$ čine geometrijski niz s kvocijentom $\frac{1}{q}$. Zbog toga je

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}, \qquad R_n = \frac{\frac{1}{a_n} \cdot \frac{1}{q} - \frac{1}{a_1}}{\frac{1}{q} - 1} = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} \cdot \frac{1}{a_1 a_n}.$$

Podijelimo li $S_n$ sa $R_n$, dobit ćemo $\frac{S_n}{R_n} = a_1 a_n$. No, $(a_1 a_2 \cdots a_n)^2 = (a_1 a_n)^n$ jer je $a_1 a_n = a_2 a_{n-1} = a_3 a_{n-2} = \ldots$. Zato je $P = \left(\frac{S_n}{R_n}\right)^{\frac{n}{2}}$.