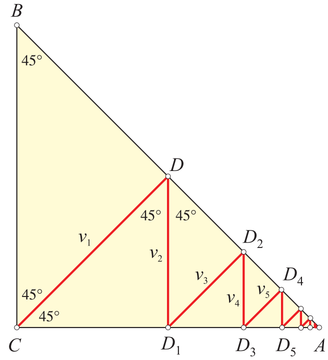
**Zadatak 53.** Dan je jednakokračan pravokutni trokut $ABC$ s pravim kutom pri vrhu $C$. Iz točke $C$ spusti se okomica $CD$ na stranicu $\overline{AB}$, iz nožišta $D$ okomica $DD_1$ na $\overline{BC}$, iz nožišta $D_1$ okomica $D_1D_2$ na $\overline{AB}$ itd. Ako je $|AC| = a$, koliko je $|CD| + |DD_1| + |D_1D_2| + \ldots$?

***Rješenje.*** Trokut je jednakokračan pa je $\alpha = \beta = 45^\circ$.

Iz slike vidimo:

$$\begin{aligned} v_1 &= |BC| \cdot \cos 45^\circ \\ &= |CA| \cdot \cos 45^\circ \\ &= a \cos 45^\circ, \\ v_2 &= v_1 \cdot \cos 45^\circ, \\ v_3 &= v_2 \cdot \cos 45^\circ, \\ v_4 &= v_3 \cdot \cos 45^\circ. \\ &\vdots \end{aligned}$$




Visine čine geometrijski niz čiji je kvocijent $q = \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ pa je suma njihovih duljina:

$$\begin{aligned} l &= \frac{v_1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \\ &= \frac{a(2 + 2\sqrt{2})}{2} = a(1 + \sqrt{2}). \end{aligned}$$