Zadatak 55. Dan je jednakostranični trokut ABC. Točka P koja dijeli stranicu AB u omjeru $2:3$ vrh je novog jednakostraničnog trokuta što je upisan zadanom. Istim se postupkom dobivenom trokutu upiše jednakostraničan trokut itd. Ako je duljina stranice trokuta ABC jednaka a, koliki je zbroj površina svih ovako konstruiranih jednakostraničnih trokuta?

Rješenje. Primjenom teorema o kosinusima iz slike vidimo:

$$a_{n+1}^2 = \left(\frac{3}{5}a_n\right)^2 + \left(\frac{2}{5}a_n\right)^2 - 2\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}a^2\cdot\cos 60^\circ = \frac{9}{25}a_n^2 + \frac{4}{25}a_n^2 - \frac{12}{50}a_n^2$$
$$= \frac{7}{25}a_n^2;$$

Stranice čine geometrijski niz s kvocijentom $\frac{\sqrt{7}}{5}$, pa će površine činiti geometrijski niz s kvocijentom $\frac{7}{25}$:

$$P = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{1-\frac{7}{25}} = \frac{25\cdot a^2\sqrt{3}}{18\cdot 4} = \frac{25}{72}a^2\sqrt{3}.$$