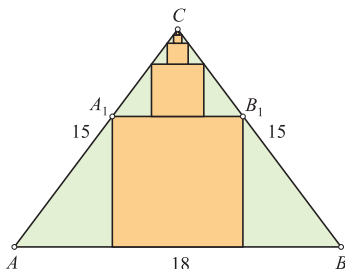


Zadatak 56.

U jednakokrtačan trokut osnovice 18 cm i kraka 15 cm upisan je kvadrat kojem su dva vrha na osnovici, a po jedan na kracima trokuta. Na jednak je način manjem trokutu, što mu je osnovica gornja stranica kvadrata, upisan kvadrat itd. Koliki je zbroj površina svih ovako konstruiranih kvadrata?

Rješenje.

Neka su s a_1, a_2, a_3, \dots stranice konstruiranih kvadrata.

Trokuti ABC i A_1B_1C su slični te vrijedi:

$$a_1 : 18 = (v - a_1) : 12;$$

gdje je v visina početnog trokuta

$$v^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \implies v = 12;$$

pa imamo

$$a_1 : 18 = (12 - a_1) : 12 \implies a_1 = \frac{36}{5};$$

odakle slijedi da je koeficijent sličnosti među trokutovima, pa prema tome i među kvadratima

$$q = \frac{36}{5} : 18 = \frac{2}{5}.$$

Površine ovako dobivenih kvadrata čine onda geometrijski niz s kvocijentom

$q^2 = \frac{4}{25}$, te je njihov zbroj jednak:

$$P = \frac{a_1^2}{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\frac{1296}{25}}{\frac{21}{25}} = \frac{1296}{21} = \frac{432}{7}.$$